

第四章 函数

第 4 7 课 递归

《信息学奥赛一本通·编程启蒙 C++版》

一、递归概念

当函数的定义中，其内部操作又直接或间接地出现对自身的调用，则称这样的程序嵌套定义为递归定义。

递归通常把一个大型复杂的问题层层转化为一个与原问题相似的规模较小的问题来求解，递归策略只需少量的程序就可描述出解题过程所需要的多次重复计算，大大地减少了程序的代码量。递归的能力在于用有限的语句来定义对象的无限集合。用递归思想写出的程序往往十分简洁易懂。

例如，在数学上，所有偶数的集合可递归地定义为：

- ①0 是一个偶数；
- ②一个偶数与 2 的和是一个偶数。

可见，仅需两句话就能定义一个由无穷多个元素组成的集合。在程序中，递归是通过函数的调用来实现的。函数直接调用其自身，称为直接递归；函数间接调用其自身，称为间接递归。

二、递归的两个必要条件

既然递归的思想是把问题分解成为规模更小且与原问题有着相同解法的问题，那么是不是这样的问题都能用递归来解决呢？答案是否定的。并不是所有问题都能用递归来解决。那么什么样的问题可以用递归来解决呢？一般来讲，能用递归来解决的问题必须满足两个条件：

- 1、可以通过递归调用来缩小问题规模，且新问题与原问题有着相同的形式，也就是说每次递归调用之后会越来越接近这个限制条件。
- 2、存在一种简单情境，可以使递归在简单情境下退出。也就是说存在限制条件，当满足这个限制条件的时候，递归便不再继续。

如果一个问题不满足以上两个条件，那么它就不能用递归来解决。

【例 47.1】 倒序数

【题目描述】

输入一个非负整数，输出这个数的倒序数。例如输入 123，输出 321。

【输入格式】

输入一个非负整数(保证个位不为零)。

【输出格式】

输出倒序的数。

【样例输入】

123

【样例输出】

321

【代码头现】

```
1. #include<bits/stdc++.h>
2. using namespace std;
3. int n;
4. void p(int n){
5.     if(n<10) {
6.         cout<<n;
7.         return ;
8.     }
9.     cout<<n%10;
10.    p(n/10);
11.}
12.int main(){
13.    cin>>n;
14.    p(n);
15.    return 0;
16.}
```

【例 47.2】 转进制

【题目描述】

用递归算法将一个十进制数 X 转换成任意进制数 M ($M \leq 16$)。

【输入格式】

一行两个数，第一个十进制数 X ，第二个为进制 M 。

【输出格式】

输出结果。

【样例输入】

31 16

【样例输出】

1F

【代码实现】

```
1. #include<bits/stdc++.h>
2. using namespace std;
3. int x,n;
4. void p(int x,int n){
5.     int y;
6.     if(x<n){
7.         if(x<10) cout<<x;
8.         else cout<<char('A'+x-10);
9.         return ;
10.    }
11.    p(x/n,n);
12.    y=x%n;
13.    if(y<10) cout<<y;
14.    else cout<<char('A'+y-10);
15.}
16.int main(){
17.    cin>>x>>n;
18.    p(x,n);
19.    return 0;
20.}
```

【例 47.3】 最大公约数

【题目描述】

给出两个正整数，求出它们的最大公约数。

【输入格式】

第一行输入一个整数 $n(0 < n \leq 100)$ ，表示有 n 组测试数据；
随后的 n 行输入两个整数 $x, y(0 < x, y \leq 10000)$ 。

【输出格式】

输出每组测试数据的最大公约数。

【样例输入】

```
3
6 6
12 11
33 22
```

【样例输出】

```
6
1
11
```

【代码实现 1】

```
1. #include<bits/stdc++.h>
2. using namespace std;
3. int n,x,y;
4. int main(){
5.     cin>>n;
6.     for(int i=1;i<=n;i++){
7.         cin>>x>>y;
8.         cout<<__gcd(x,y)<<endl;
9.     }
10.    return 0;
11.}
```

【代码实现 2】

```
1. #include<bits/stdc++.h>
2. using namespace std;
3. int n,x,y;
4. int gcd(int x, int y)
5. {
6.     if (x % y == 0)
7.         return y;
8.     else
9.         return gcd(y, x % y);
10.}
11.int main(){
12.    cin>>n;
13.    for(int i=1;i<=n;i++){
14.        cin>>x>>y;
15.        cout<<gcd(x,y)<<endl;
16.    }
17.    return 0;
18.}
```

练 47.1 交作业(趣味编程)

【题目描述】

一个小组共有 7 位同学，狐狸老师想批改他们的作业，向第一个同学说：“交作业了！”，第一个同学向第二个同学说：“交作业了！”……同学们依次传下去，然后由 7 号同学将作业交给 6 号同学，6 号交给 5 号……然后交给狐狸老师，问狐狸老师收到了多少本作业？

【输入格式】

无

【输出格式】

一行若干个整数，为 1 ~ 100 的自然数，每个整数占 5 个字符。

【样例输入】

无

【样例输出】

7

【代码实现】

```
1. #include<iostream>
2. using namespace std;
3.
4. int zuoye(int n)    //递归
5. {
6.     if(n==7) return 1; //返回递归
7.     else return zuoye(n+1)+1;
8. }
9.
10. int main()
11. {
12.     cout<<zuoye(1)<<endl;
13.     return 0;
14. }
```

练 47.2 通力合作(趣味编程)

【题目描述】

利用递归算法，试编一程序，输出 1 ~ 100 的自然数。

【输入格式】

无

【输出格式】

一行一个整数，为作业本数。

【样例输入】

无

【样例输出】

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100					

【代码实现】

```
1. #include<iostream>
2. #include<iomanip>
3. using namespace std;
4. void show(int n);
5.
6. int main()
7. {
8.     int n=100;
9.     show(n);
10.    return 0;
11.}
12.
13.void show(int n) //递归
14.{
15.    if(n!=1) show(n-1); //由n 向n-1 递归
16.    cout<<setw(5)<<n;    //每个整数占5 个字符
17.}
```

练 47.3 谁是大佬(趣味编程)

【题目描述】

输入 5 个整数，用递归算法求出最大值。

【输入格式】

一行共 5 个整数。

【输出格式】

一个整数，表示最大值。

【样例输入】

88 92 98 99 85

【样例输出】

最大的数是：99

【代码实现】

```
1. #include<iostream>
2. using namespace std;
3.
4. int max(int a[],int n) //递归
5. {
6.     int t;
7.     if(n==1)
8.         t=a[1];
9.     else
10.         if(max(a,n-1)>a[n]) //改换最大值
11.             t=max(a,n-1);
12.         else
13.             t=a[n];
14.     return t;
15.}
16.
17.int main()
18.{
19.    int a[6];
20.    //cout<<"请输入 5 个数: "<<endl;
21.    for(int i=1;i<=5;i++) //输入
22.        cin>>a[i];
23.    cout<<"最大的数是: "<<max(a,5)<<endl; //输出
24.    return 0;
25.}
```

练 47.4 小明吃苹果

【题目描述】

小明家里现在有 n 个苹果，她在每天睡觉之前可以吃 **1-2** 个苹果。小明还有个姐姐 **May**，每天 **May** 会等小明睡觉后（为了谦让妹妹）吃 **1** 个苹果（如果没有苹果的话就不吃）。问总共有多少种吃法。

【输入格式】

一个整数 n 。 $0 \leq n \leq 10$ 。

【输出格式】

一个整数，既吃苹果的方案总数。

【样例输入】

5

【样例输出】

4

【代码实现】

```
1. #include<bits/stdc++.h>
2. using namespace std;
3. int n;
4. int f(int x){
5.     if(x==0) return 1;
6.     if(x==1) return 1;
7.     if(x==2) return 2; //2+0, 1+1
8.     if(x==3) return 2; //1+1+1, 2+1
9.     return f(x-2)+f(x-3);
10.}
11.int main()
12.{
13.    cin>>n;
14.    cout<<f(n);
15.    return 0;
16.}
```

谢谢！

