第五章 数的存储与组织

第67课 递推

《信息学奥赛一本通·编程启蒙 C++版》

【例 67.1】 爬楼梯

【题目描述】

树老师爬楼梯,他可以每次走1级或者2级,输入楼梯的级数,求不同的走法数。

例如:楼梯一共有3级,他可以每次都走一级,或者第一次走一级,第二次走两级,也可以第一次走两级,第二次走一级,一共3种方法。

【输入格式】

输入包含若干行,每行包含一个正整数 N,代表楼梯级数,1≤N≤30。

【输出格式】

不同的走法数,每一行输入对应一行输出。

【样例输入】

5

8

10

【样例输出】

8

34

89

```
1. #include<bits/stdc++.h>
2. using namespace std;
3. int x;
4. int a[35];
5. int main(){
6.
      while(cin>>x){
         a[1]=1;
8.
         a[2]=2;
         for(int i=3;i<=x;i++){
10.
            a[i]=a[i-1]+a[i-2];
11.
12.
         cout<<a[x]<<endl;</pre>
13.
14.
      return 0;
15.}
```

【例 67.2】 昆虫繁殖

【题目描述】

科学家在热带森林中发现了一种特殊的昆虫,这种昆虫的繁殖能力很强。每对成虫过 x 个月产 y 对卵,每对卵要过两个月长成成虫。假设每个成虫不死,第一个月只有一对成虫,且卵长成成虫后的第一个月不产卵(过 x 个月产卵),问过 z 个月以后共有成虫多少对?

 $1 \le x \le 20$, $1 \le y \le 20$, $x < z \le 50$.

【输入格式】

x,y,z的数值。

【输出格式】

过 z 个月以后, 共有成虫对数。

【样例输入】

1 2 8

【样例输出】

```
1. #include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
3. int x,y,n;
4. long long bug[105], egg[105];
5. long long deal(int x){
  long long sum=0;
7. for(int i=x;i>=1;i--){
        sum+=bug[i];
9.
10.
     return sum;
11.}
12.int main(){
13.
     cin>>x>>y>>n;
14. bug[1]=1;
15. for(int i=2;i<=n+1;i++){
16. egg[i]=deal(i-x)*y;
17. bug[i]=egg[i-2];
18. }
19. cout<<deal(n+1);</pre>
20.
     return 0;
21.}
```

【例 67.3】 数字金字塔

【题目描述】

观察下面的数字金字塔。写一个程序查找从最高点到底部任意处结束的路径,使路径经过数字的和最大。每一步可以从当前点走到左下方的点也可以到达右下方的点:

		13				
	11		8			
12		7		26		
	14		15		8	
7		13		24		11
$1 \leq x \leq 20, 1 \leq y \leq 20, x < z \leq 50$						
	7	12 14 7	11 12 7 14 7 13	11 8 12 7 14 15 7 13	11 8 12 7 26 14 15 7 13 24	11 8 12 7 26 14 15 8 7 13 24

【输入格式】

第一个行包含 R(1≤R ≤1000),表示行的数目。后面每行为这个数字金字 塔特定行包含的整数。

所有的被供应的整数是非负的且不大于 100。。

【输出格式】

单独的一行,包含那个可能得到的最大的和。

【样例输入】 5 13 11 8 12 7 26 6 14 15 8 12 7 13 24 11 【样例输出】 86

```
1. #include<iostream>
2. using namespace std;
3. int main(){
4. int n,i,j,a[1001][1001];
5.
      cin>>n;
     for(i=1;i<=n;i++)
6.
         for(j=1;j<=i;j++)
7.
8.
            cin>>a[i][j];
9.
      for(i=n-1;i>=1;i--)
10.
         for(j=1;j<=i;j++)
            if(a[i+1][j]>=a[i+1][j+1])
11.
12.
               a[i][j]+=a[i+1][j];
13.
            else a[i][j]+=a[i+1][j+1];
14.
      cout<<a[1][1];</pre>
15.
      return 0;
16.}
```

练67.1 斐波那契数列

【题目描述】

斐波那契数列是指这样的数列:数列的第一个和第二个数都为 1,接下来每个数都等于前面 2个数之和。给出一个正整数 a,要求斐波那契数列中第 a 个数对 1000 取模的结果是多少。

【输入格式】

第1行是测试数据的组数 n,后面跟着 n 行输入。每组测试数据占 1 行,包括一个正整数 a $(1 \le a \le 1000000)$

【输出格式】

n 行,每行输出对应一个输入。输出应是一个正整数,为斐波那契数列中第 a 个数对 1000 取模得到的结果。

【样例输入】

4

5

9

19

1

【样例输出】

5

1

181

1

```
1. #include<iostream>
2. using namespace std;
3. int n;
4. int a[1000005],b[1000005];
5. int main(){
6.
     cin>>n;
  for(int i=1;i<=n;i++){
8.
         cin>>a[i];
9.
10.
    b[1]=1;
11.
     for(int i=2;i<=1000000;i++){
12.
         b[i]=(b[i-1]+b[i-2])%1000;
13.
14.
     for(int i=1;i<=n;i++){
15.
         cout<<b[a[i]]<<endl;</pre>
16.
17.
      return 0;
18.}
```

练 67.2 金猪大家庭

【题目描述】

金猪大家庭主要由母猪构成的,小母猪第二年就可以生2只小母猪和2只小公猪,第三年开始每年可以生4只小母猪和4只小公猪;小公猪在第二年就要被赶出大家庭;猪的寿命只有六年。

目前,一个新的金猪大家庭正在形成:一只小母猪自立门户,创建自己的金猪大家庭。

【输入格式】

只有一行且只有一个正整数: n(1<=n<=35)

【输出格式】

只有一行且只有一个正整数: 第 n 年金猪大家庭的成员数。

【样例输入】

3

【样例输出】

```
1. #include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
3. int main(){
     long long s,a[50]=\{0\};
   int n,i;
   cin>>n;
   if(n==1){
         cout<<1<<endl;</pre>
9.
10.
     else{
        n+=5;
11.
12.
        s=0;
13.
        a[6]=1;
14.
        for(i=7;i<=n;i++){
15.
           s+=a[i-2]-a[i-6];
16.
           a[i]=a[i-1]*2+s*4;
17.
18.
        cout<<s+a[n-1]+2*a[n]<<endl;</pre>
19.
20.
     return 0;
21.}
```

练 67.3 背单词

【题目描述】

SLM 小朋友为了准备英语考试,发了疯地背单词。SLM 小朋友决定每天背一次单词,正常情况下,他会在起床前大约 6:20-7:00 背单词。并且他有一个技能,就是在第 i 天的 23:35 开始背单词,一直背到第 i+1 天的 0:25 分,这样就算两天各背了一次单词。但是这个技能不能连续使用两次,否则会累死。比如:第一天和第二天用技能,第三天和第四天也用技能,这是不行的。但是第一天和第二天用技能,第三天正常背,第四天和第五天用技能这是可以的。

SLM 小朋友想要背 n 天单词,他想知道有多少种合法的背单词方式。注意,如果在第 n 天和第 n+1 天使用技能或者在第 0 天和第一天使用技能,这是不被允许的。

【输入格式】

一个正整数 n, n<=80

【输出格式】

一个整数, 即背单词的方案数。

【样例输入】

5

【样例输出】

```
1. #include<iostream>
2. using namespace std;
3. int main()
       long long n,a[100];
       a[1]=1;
6.
       a[2]=2;
       a[3]=3;
8.
       cin>>n;
10.
       for(int i=4;i<=n;i++)</pre>
            a[i]=a[i-1]+a[i-3];
11.
12.
       cout<<a[n]<<'\n';</pre>
13.}
```

